Curso: Álgebra

Ciclo Invierno 2020
TEMA N° 01

TEORÍA DE EXPONENTES

CONCEPTO

Estudia todas las clases de exponentes y las diferentes relaciones que existen entre ellos, mediante leyes.
La operación que da origen al exponente es la potenciación.

POTENCIACIÓN

Es la operación que consiste en repetir un número denominado base, tantas veces como factor, como lo indica otro número que es el exponente, el resultado de esto se le denomina potencia.

Representación:

$$\boxed{\underset{\substack{\uparrow \\ Base}}{A}^{n} = \underbrace{A \ x \ A \ x \ A \ x \ldots\ldots\ldots x \ A}_{"n" \ veces}}$$

Ejemplo: $$3^4 = \underbrace{3 \ x \ 3 \ x \ 3 \ x \ 3}_{4 \ veces} = 81$$

LEYES FUNDAMENTALES

1. Producto de Potencias de Igual Base

$$\boxed{x^a \ . \ x^b = x^{a+b}}$$

2. Cociente de Potencias de Igual Base

$$\boxed{\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}} \qquad x \neq 0$$

3. Producto de Potencias de Diferente Base

$$\boxed{x^{a} \, . \, y^{a} = (x \, . \, y)^{a}}$$

4. Cociente de Potencias de Bases Diferentes

$$\boxed{\frac{x^{a}}{y^{a}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{a}} \qquad y \neq 0$$

5. Potencia de Potencia

$$\boxed{\left(\left(x^{a}\right)^{b}\right)^{c} = x^{a \, . \, b \, . \, c}}$$

OBSERVACIÓN:

$$\left(x^{a}\right)^{b} = \left(x^{b}\right)^{a} = x^{a \, . \, b}$$

6. Exponente Negativo

$$\boxed{x^{-a} = \frac{1}{x^{a}}} \qquad \boxed{\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^{a}} \qquad x \neq 0 \quad y \neq 0$$

7. Exponente Nulo o Cero

$$\boxed{x^{0} = 1} \qquad x \neq 0$$

8. Exponente Fraccionario

$$\boxed{x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^{a}}} \qquad b \neq 0$$

9. Producto de Radicales Homogéneos

$$\boxed{\sqrt[a]{x} \, . \, \sqrt[a]{y} = \sqrt[a]{x \, . \, y}}$$

10. Potencia de un Radical

$$\boxed{\left[\sqrt[a]{x^{b}}\right]^{c} = \sqrt[a]{x^{b \, . \, c}}}$$

11. Raíz de Raíz

$$\boxed{\sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{x}}} = \sqrt[a\,.\,b\,.\,c]{x}}$$

OBSERVACIÓN:

$$\sqrt[a]{\sqrt[b]{x}} = \sqrt[b]{\sqrt[a]{x}}$$

12. Casos Especiales

1. $$\boxed{\sqrt[n]{A^m\sqrt[n]{A^m\sqrt[n]{A^m\ \ldots\ldots\infty rad.}}} = \sqrt[n-1]{A^M}}$$

2. $$\boxed{\sqrt[n]{B\div\sqrt[n]{B\div\sqrt[n]{B\div\ldots\ldots\infty rad}}} = \sqrt[n+1]{B}}$$

3. $$\boxed{\sqrt[a]{a}^{\sqrt[a]{a}\,\sqrt[a]{a}\ \ldots\,\infty} = a}$$

4. $$\sqrt{n(n+1)+\sqrt{n(n+1)+\sqrt{n(n+1)\ \ldots\ldots\infty rad.}}} = n+1$$

5. $$\sqrt{n(n+1)-\sqrt{n(n+1)-\sqrt{n(n+1)-\ \ldots\ \infty rad}}} = n$$

6. $$x^{x^{x^{\ldots\,\infty}}} = n \quad\Rightarrow\quad x = \sqrt[n]{n}$$

7. $$\sqrt[a]{b}^{\sqrt[b]{a}\,\sqrt[a]{b}\ \ldots\,\infty} = b$$

8. $$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\ \ldots\ldots\sqrt{x}}}} = \sqrt[2^n]{x^{2n-1}}$$

ECUACIONES EXPONENCIALES

Definición: Son aquellas ecuaciones donde la incógnita se encuentra en el exponente. Se estudiarán aquellos casos que son factibles de resolverlos utilizando los conceptos anteriores.

1. <u>Bases Iguales</u>

Si: $N^x = N^y \rightarrow x = y$

OBSERVACIÓN: $\boxed{N > 0} \wedge \boxed{N \neq 1}$

Ejemplo: Resolver: $9^{x-1} = 27^{x-2}$

Buscamos bases iguales: $3^{2x-2} = 3^{x-6}$

Luego: $2x - 2 = 3x - 6 \Rightarrow 4 = x$

2. <u>Formas Análogas</u>

Si: $\boxed{M^M = M^N} \rightarrow \boxed{M = N}$

OBSERVACIÓN: $M \neq \frac{1}{2} \wedge M \neq \frac{1}{4}$

Ejemplo:

1. Resolver: $x^{5x5} = 36^3$

Resolución:

Buscando formas análogas:

$$\left(x^5\right)^{x^5} = \left(6^2\right)^3$$

$$\Rightarrow \left(x^5\right)^{x^5} = 6^6 \Rightarrow x^5 = 6$$

$$\therefore \quad x = \sqrt[5]{6}$$

Nota:

Si: $a^{1(x)} = b^{1(x)} \Rightarrow f(x) = 0$