Curso: Geometría

Ciclo Invierno 2020
TEMA N° 01

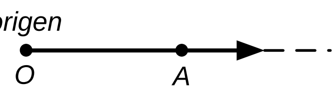
1) CONCEPTOS GEOMÉTRICOS FUNDAMENTALES

Cuando una idea es tan sencilla o evidente que no requiere mayor demostración se dice que es un concepto fundamental o primitivo. Tal es el caso del punto, la recta y el plano que en adelante conoceremos como entes matemáticos no definidos o conceptos fundamentales.

Punto. Es la mínima expresión capaz de ser percibida por los sentidos.

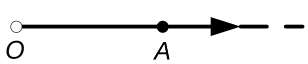
Recta. Conjunto de puntos dispuestos de tal modo que siguen una misma dirección (colineales), posee dos sentidos que se extienden indefinidamente y una sola dimensión.
Dos puntos determinan una recta y por un punto pasan infinitas rectas.

Rayo. Se determina en la línea recta tomando un punto como origen y uno de los sentidos



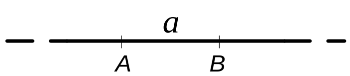
$\overrightarrow{OA}$ el rayo OA

Semirecta. Es uno de los sentidos de la recta.



$\overset{\circ\!\!\rightarrow}{OA}$ la semirecta OA

Segmento de recta. Es la porción de línea recta comprendido entre dos puntos.
Sólo en el segmento de recta es posible la medida de longitud.



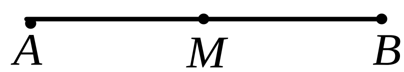
$\overline{AB}$ segmento AB

Medida de un Segmento:

$$m(\overline{AB}) = AB = a$$

El punto medio divide al segmento en partes iguales.

Punto Medio de un segmento. Es aquel punto que divide al segmento en dos partes de igual medida.



Si: $\overline{AM} \cong \overline{MB} \Rightarrow AM = MB$

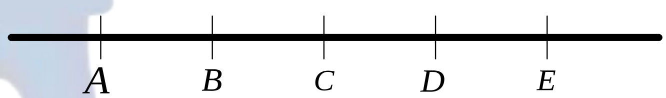
$\therefore M$ es punto medio.

Plano. Conjunto infinito de rectas y por consiguiente conjunto infinito de puntos.

P : plano

<u>Operaciones con segmentos</u>.

Medida de un segmento. Indica la distancia entre los extremos de dicho segmento.
Sean los segmentos.



TEOREMA "EL TODO ES IGUAL A LA SUMA DE SUS PARTES"

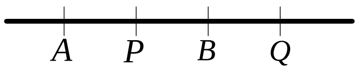
Adición.

$$AE = AB + BC + CD + DE$$
$$AE = AC + CE$$

Sustracción. $CD = AD - AC$

$CD = BD - BC$

División o proporción armónica de un segmento. (CUATERNA ARMÓNICA) Un segmento $\overline{AB}$, está dividido armónicamente por 2 puntos *P* y *Q* cuando se verifica que



$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{BQ}$$

P, *Q*: conjugado armónicos respecto a *A* y *B*.
A, *B*, *P*, *Q* forman una cuaterna armónica.

Relación de Descartes. Si *P* y *Q* dividen armónicamente al segmento $\overline{AB}$, se cumple que

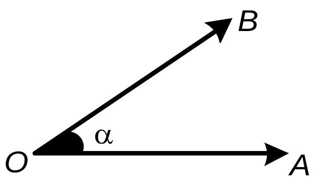
$$\frac{2}{AB} = \frac{1}{AP} + \frac{1}{AQ}.$$

<u>Propiedades de Cuaterna Armónica</u>:

1. Sea: $n > 0$
$$\frac{n \bullet AP}{PB} = \frac{AQ}{BQ} \Rightarrow \frac{2}{AB} = \frac{1}{AP} + \frac{n}{AQ}$$
2. Sea: $m > 0$
$$\frac{AP}{PB} = \frac{m \bullet AQ}{BQ} \Rightarrow \frac{2}{AB} = \frac{m}{AP} + \frac{1}{AQ}$$
3. $$\frac{n \bullet AP}{PB} = \frac{m \bullet AQ}{BQ} \Rightarrow \frac{2}{AB} = \frac{m}{AP} + \frac{n}{AQ}$$
4. $AP > PB$
5. Sea: "O" punto medio de
$$AB \Rightarrow (OB)^2 = OP \bullet OQ$$
(Relación de Newton)

2) ÁNGULOS

Definición. Se denomina ángulo a cualquiera de las dos regiones del plano determinadas por dos rayos con un origen común.



Elementos

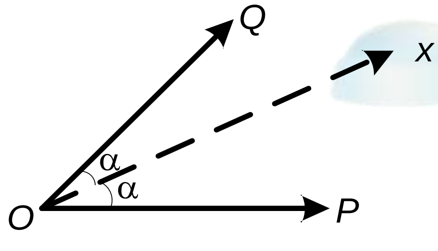
vértice: O

lados: $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{OB}$

Notación. Ángulo *AOB*; $\angle AOB$; $\hat{O}$.

La magnitud de un ángulo depende únicamente de la abertura o separación de sus lados y no de la longitud de estos.

Bisectriz de un ángulo. Es aquel rayo que divide a todo el ángulo en dos ángulos iguales respectivamente congruentes.



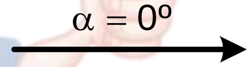
$\overrightarrow{OX}$ Es la bisectriz del $\angle POQ$.

Clasificación.
Los ángulos se clasifican de acuerdo a

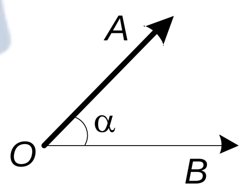
Su medida.

Ángulo nulo:

$\alpha = 0º$

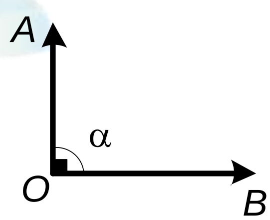


Ángulo agudo:



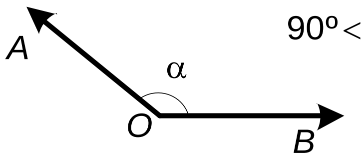
$0º < \alpha < 90º$

Ángulo recto:



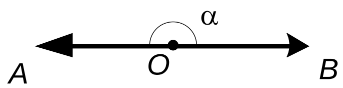
$\alpha = 90º$

Ángulo obtuso:



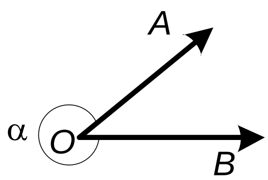
$90º < \alpha < 180º$

Ángulo llano:



$\alpha = 180º$

Ángulo cóncavo:



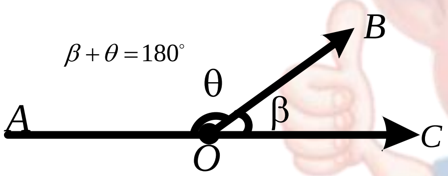
$180º < \alpha < 360º$

Ángulo de una vuelta:

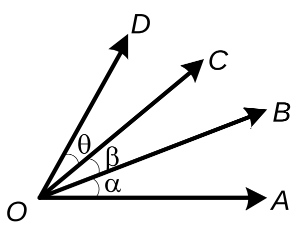
$\alpha = 360º$

Su relación.
Ángulos adyacentes: Se llama así aquellos ángulos cuyas regiones interiores no tienen puntos comunes y tienen un lado y vértice común.

$\beta + \theta = 180^{\circ}$



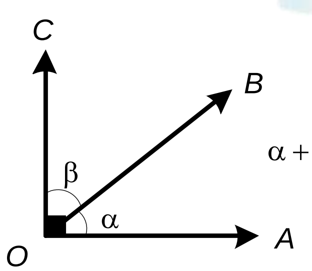
Ángulos consecutivos:



α, β y θ son consecutivos

Ángulos complementarios:

Son aquellos ángulos que suman 90º.

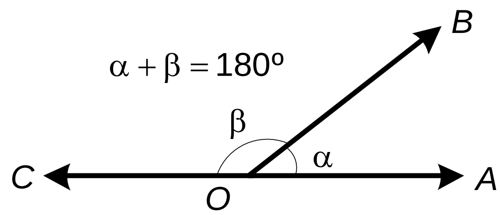


$\alpha + \beta = 90º$

Ángulos suplementarios:

Son aquellos ángulos que suman 180º.

$\alpha + \beta = 180º$



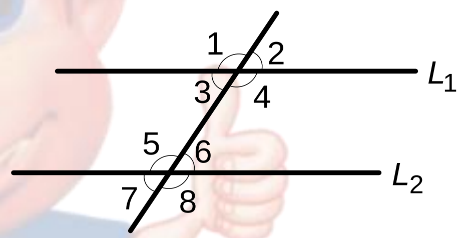
* ***Complemento de*** α:
  Es lo que le falta a un ángulo
  para que su medida llegue a ser 90º.

$$\boxed{C_{\alpha} = 90 - \alpha}$$

* ***Suplemento de*** α:
  Es lo que le falta a un ángulo
  para que su medida llegue a ser 180º.

$$\boxed{S_{\alpha} = 180 - \alpha}$$

Ángulos formados entre rectas paralelas y una secante.



$L_1 // L_2$

Ángulos externos: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$.

Ángulos internos: $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$.

Ángulos correspondientes: $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 4 = \angle 8$.

Ángulos alternos internos: $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 5$.

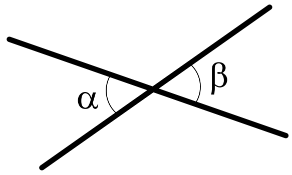
Ángulos alternos externos: $\angle 1 = \angle 8$, $\angle 2 = \angle 7$.

Ángulos conjugados internos: $\angle 3$ y $\angle 5$, $\angle 4$ y $\angle 6$.

Ángulos conjugados externos: $\angle 1$ y $\angle 7$, $\angle 2$ y $\angle 8$.

* Los ángulos alternos son de igual medida.
* Loa ángulos conjugados son suplementarios.
* Los ángulos correspondientes tienen igual medida.

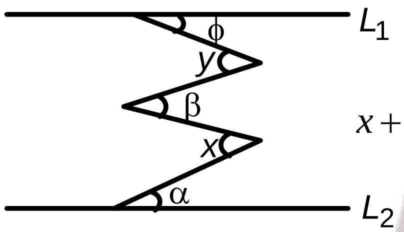
Ángulos opuestos por el vértice:



$$\alpha = \beta$$

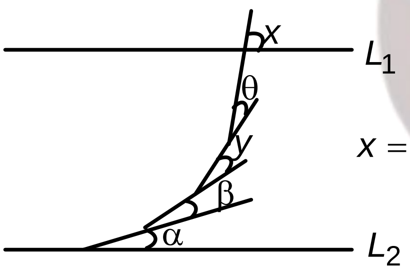
Propiedades

1. Si $L_1 // L_2$



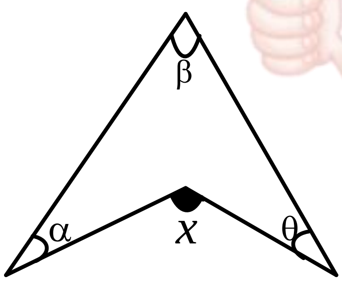
$$x + y = \alpha + \beta + \phi$$

2. Regla de la escalera.
   Si $L_1 // L_2$ se cumple que



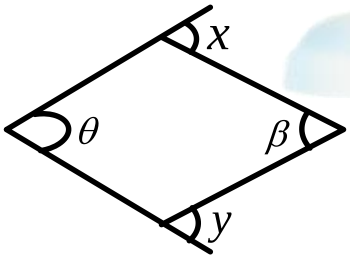
$$x = \alpha + \beta + y + \theta$$

3. De la figura:



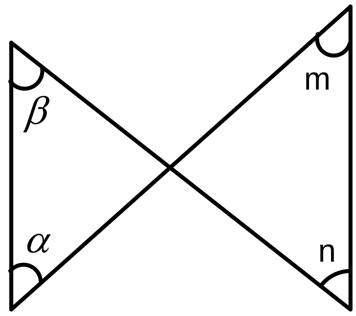
$$x = \alpha + \beta + \theta$$

4. De la figura:



$$x + y = \theta + \beta$$

5. De la figura



6. Para complementos y suplementos.

$$* \quad \underbrace{CCCC\ldots C_{\alpha}}_{n \text{ veces } \alpha} = A$$

$A = \alpha$, si n es par,
$A = 90 - \alpha$, si n es impar.

$$* \quad \underbrace{SSSS\ldots S_{\alpha}}_{n \text{ veces } \alpha} = B$$

$B = \alpha$, si n es par,
$B = 180 - \alpha$, si n es impar.