



ACADEMIA PRE UNIVERSITARIA PREMIUM

¡La clave para tu ingreso!

R.D.R. 9484

Curso: Aritmética

Ciclo Invierno 2020

TEMA N° 03

CUATRO OPERACIONES

ADICIÓN

Operación binaria, cuyo objeto es reunir varias cantidades homogéneas (de una misma especie), en una sola llamada suma total.

Adición en Otros Sistemas de Numeración

Ejemplo:

Calcular: $123_{(5)} + 244_{(5)} + 104_{(5)} + 131_{(5)}$

Resolución:

Colocando verticalmente los sumandos, considerando el orden (como el sistema decimal eran las unidades, decenas, etc)

$$\begin{array}{r}
 2 \ 2 \\
 1 \ 2 \ 3_{(5)} + \\
 2 \ 4 \ 4_{(5)} \\
 1 \ 0 \ 4_{(5)} \\
 \underline{1 \ 3 \ 1_{(5)}} \\
 1 \ 2 \ 1 \ 2_{(5)}
 \end{array}$$

En la 1era. Columna:
 $3 + 4 + 4 + 1 = 12$
 Ahora: ¿12, cuántas veces contiene la base?
 Rpta: $12 = 2(5) + 2$

→ queda se lleva

2da columna
 $2 + 2 + 4 + 0 + 3 = 11$
 Lo que se llevó (2)
 Ahora: ¿11, cuántas veces contiene a la base 5?
 $11 = 2(5) + 1$

→ queda se lleva

3era. columna
 $2 + 1 + 2 + 1 + 1 = 7$
 Lo que se llevó: (2)
 Ahora: ¿7, cuántas veces contiene a la base 5?
 Rpta: $7 = 1(5) + 2$

→ queda se lleva

$123_{(5)} + 244_{(5)} + 104_{(5)} + 131_{(5)} = 1212_{(5)}$

SUSTRACCIÓN

Operación inversa a la adición, consiste en que dada 2 cantidades llamadas minuendo y sustraendo, hallar una cantidad llamada sustraendo.

Ejemplo:

$$8 - 5 = 3$$

→ Diferencia
 → Sustraendo
 → Minuendo

Ejemplo: Calcular: $237 - 128$

Resolución:

OJO:

En base 10, "1 unidades de una orden cualquiera es 10 unidades orden cualquiera es 10 unidades del orden inmediato inferior"

Sustracción en Otras Bases

Ejemplo ilustraciones:

Calcular: $432_{(5)} - 143_{(5)}$

Resolución

Recordando que en base 5, "1" unidades de orden cualquiera es 5 unidades del orden del orden inmediato inferior.

$$\begin{array}{r}
 4 \ 3 \ 2_{(5)} - \\
 1 \ 4 \ 3_{(5)} \\
 \hline
 2 \ 3 \ 4_{(5)}
 \end{array}$$

Explicación

1ra Columna:

Como a "2" no se lee puede ser restar 3, entonces lo que se hace es prestar una base a "2", es decir:

$$\begin{array}{l}
 5 + 2 = 7 \\
 \rightarrow 7 - 3 = 4 \quad \text{→ queda.}
 \end{array}$$

2da Columna:

Como se presto una base del 3, ahora será: luego le prestaremos al 2 una base, es decir:

$$\begin{array}{l}
 5 + 2 = 7 \\
 \rightarrow 7 - 4 = 3 \quad \text{→ queda.}
 \end{array}$$

3ra Columna:

Como se prestó una base de 4, entonces ahora será: 4 - 3, y a este "3" si le puede restar 1, con lo que necesario prestarle una base.

$$\rightarrow 3 - 1 = 2 \quad \text{queda.}$$

$$\therefore 432_{(5)} - 143_{(5)} = 234_{(5)}$$

Otros ejemplos:

$$\begin{array}{r} 513_{(8)} - 6231_{(7)} \\ \underline{315_{(8)}} \quad \underline{3654_{(7)}} \\ 176 \quad \quad 2244_{(7)} \end{array}$$

Propiedades:

I) Dado:

$$\begin{array}{l} \overline{abc}_{(c)} \\ \overline{cba}_{(n)} \\ \overline{xyz}_{(n)} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } a > c, \text{ entonces} \\ \text{(1) } y = n - 1 \\ \text{(2) } x + z = n - 1 \end{array} \right.$$

II) En Base 10:

$$\begin{array}{l} \overline{abc} \\ \overline{cba} \\ \overline{xyz} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } a > c, \text{ entonces} \\ \text{(1) } y = 9 \\ \text{(2) } x + z = 9 \end{array} \right.$$

Ejemplo: Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn7}$

Calcular: $m^2 + n^2$

Resolución:

Aplicando directamente la propiedad, se tendrá que:

- I) $n = 9$
- II) $m + 7 = 9 \rightarrow m = 2$
Piden $2^2 + 9^2 = 85$

Complemento Aritmético CA(N)

Es lo que falta a un número "N", para ser igual a la unidad de orden inmediato superior, es decir lo que le falta para ser igual a un número formado por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene "N"

Ejemplo:

- $CA(7) = 10^1 - 7 = 10 - 7 = 3$
- $CA(341) = 10^3 - 341 = 1000 - 341 = 659$

En general: Sea "N" número de "k" cifras, luego:

$$CA(N) = 10^k - N$$

Forma Práctica:

A la primera cifra (diferente de cero) o menor orden se le resta de 10 y a todas las restantes se restan de 9. si hay ceros en las menores ordenes estos permanecen en el complemento, es decir:

$$CA(\overline{abcd}) = \overline{(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)}$$

Ejemplos:

$$\begin{array}{l} CA(347) = 653 \\ \begin{array}{l} \swarrow 9-4 \\ \downarrow 10-7 \\ \searrow 9-3 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} CA(363423) = 636577 \\ \text{restar de 9} \leftarrow \text{Restar de 10} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} CA(3700) = 6300 \\ \begin{array}{l} \rightarrow \text{Restar de 10} \\ \rightarrow \text{Restar de 8} \end{array} \end{array}$$

Complementos Aritméticos en Otras Bases

- $CA(34_{(7)}) = 72 - 34_{(7)}$
- $CA(429_{(11)}) = 11^3 - 429_{(11)}$
- $CA(7251_{(8)}) = 8^4 - 7251_{(8)}$

Método Práctico:

$$CA(3251_{(8)}) = 4527_{(8)}$$

Restar de 8
Restar cada cifra de 7

En General:

$$CA(N_{(B)}) = 10_{(B)}^K - N_{(B)}$$

K: números de cifras de "N"

Forma práctica para Calcular el CA en Otras Bases

A partir del menor orden se observa la primera cifra significativa, la cuál va a disminuir a la base y las demás cifras disminuyen a la base menos 1.

Ejemplos:

- $CA(218_{(9)}) = 671_{(9)}$
Restar de 9
Restar cada cifra de 8
- $CA(1567000_{(13)}) = (11)766000_{(13)}$
Restar de 13
Restar cada cifra de 12

MULTIPLICACIÓN

Es una operación binaria, donde dados dos elementos M y m llamados multiplicando y multiplicador se le hace corresponder un tercer elemento P llamado producto.

Origen: $\underbrace{M + M + M + \dots + M}_{m \text{ veces}} = P$

$$M \cdot m = P$$

Donde: $\left. \begin{array}{l} M : \text{multiplicando} \\ m : \text{multiplicador} \end{array} \right\} \text{factor}$
P: producto



Notas:

01. Si se multiplica:

$$\begin{array}{r} 243 \times \\ 65 \\ \hline 1215 \rightarrow \text{1er producto parcial} \\ 1458 \rightarrow \text{2do producto parcial} \\ \hline 15795 \rightarrow \text{Producto Total} \end{array}$$

02. Si: $\overline{abc} \cdot 7 = \dots\dots\dots 6 \rightarrow c = 8$

03. Si: $\overline{abc} \cdot 4 = \dots\dots\dots 2 \rightarrow c = \begin{cases} 3 \\ 8 \end{cases}$

04. Se cumple: (# impar) (... 5) = 5
(# par) (... 5) = 0

05. Se cumple:

$$n(n+1) = \begin{cases} \dots\dots\dots 0 \\ \dots\dots\dots 2 \\ \dots\dots\dots 6 \end{cases}$$

DIVISIÓN

Es una operación binaria que consiste en que dados dos enteros, el primero llamado dividendo y el segundo llamado divisor, encontrar un tercero llamado cociente.

$$\boxed{D \div d = q} \quad D = d \cdot q$$

D : dividendo

d : divisor; $d \neq 0$

q : cociente

División Entera:

Es un caso particular de la división en la que el dividendo, divisor y cociente son número enteros; en este caso se recurre a un cuarto términos llamado residuo.

$$\begin{array}{r} D \\ r \\ \hline d \\ q \end{array} \quad r : \text{residuo}$$

puede ser:

1. Exacta (residuo = 0)

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 45 \\ 0 \\ \hline 9 \\ 5 \end{array} \rightarrow = 9(5)$$

En general

$$\begin{array}{r} D \\ 0 \\ \hline d \\ q \end{array} \rightarrow \boxed{D = dq}$$

2. Inexacta (residuo > 0)

a) Por defecto

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 67 \\ 4 \\ \hline 9 \\ 7 \end{array} \rightarrow 67 = 9(7) + 4$$

En general

$$\begin{array}{r} D \\ r \\ \hline d \\ q \end{array} \rightarrow D = dq + r \quad d \in \mathbb{Z}$$

Donde: $0 < r < d$

q : cociente por defecto

r : residuo por defecto

b) Por exceso

Ejemplo:
$$\begin{array}{r} 67 \\ 5 \\ \hline 9 \\ 8 \end{array} \rightarrow 67 = 9(8) - 5$$

En general:

$$\begin{array}{r} D \\ R_e \\ \hline d \\ q_e \end{array} \rightarrow D = dq_e - r_e \quad d \in \mathbb{Z}^+$$

Donde: $0 < r_e < d$

q_e : cociente por exceso

r_e : residuo por exceso

Propiedades de la división inexacta

1. $q_e = q + 1$
2. $r_{\min} = d - 1$
3. $r + r_e = d$

Alteración de la división por multiplicación

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 67 \\ 4 \\ \hline 9 \\ 7 \end{array} \xrightarrow[\text{d x 3}]{\text{D x 3}} \begin{array}{r} 201 \\ 12 \\ \hline 27 \\ 7 \end{array}$$

$\xrightarrow{\text{x 3}}$

En general

Si:
$$\begin{array}{r} D \\ r \\ \hline d \\ q \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} Dn \\ m \\ \hline dn \\ q \end{array}$$

“Estudiar, practicar y repasar para poder ingresar y después triunfar por los siglos de los siglos”. Amén

Disciplina,
perseverancia y tranquilidad
PREMIUM

¡La clave para tu ingreso!

