Curso: Física

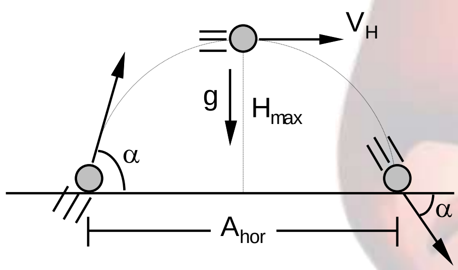
Ciclo Invierno 2020
TEMA N° 03

CINEMÁTICA CURVILÍNEA

MOVIMIENTO PARABÓLICO DE CAIDE LIBRE (MPCL)

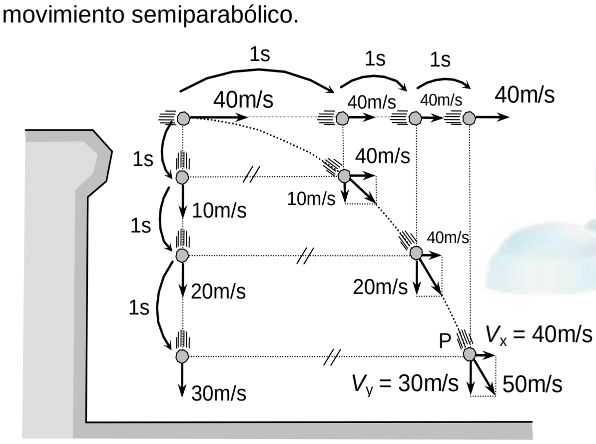
CONCEPTO:
Es el movimiento que tiene por trayectoria una parábola el cual es efectuado por los proyectiles sin la resistencia del aire y sólo bajo la acción de la gravedad. Este movimiento resulta de la composición de un MRU horizontal y una caída libre vertical.

$$\boxed{\mathrm{MP} = \mathrm{MRU}_{(hor)} + \mathrm{CL}_{(vert)}}$$

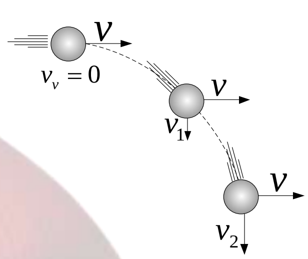


II. Ley de Independencia de movimientos
En todo movimiento compuesto, cada uno de los movimientos que intervienen, obedecen a sus propias leyes y fórmulas independientemente de los otros movimientos.

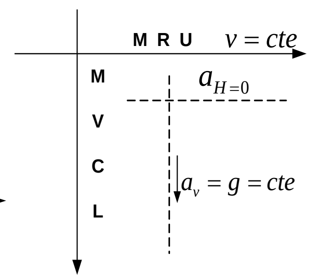
Movimiento Parabólico de Caída Libre.
Observemos el caso de un proyectil que ha sido lanzado horizontalmente con velocidad constante (M.R.U). Observamos que en la horizontal el cuerpo mantiene velocidad constante y recorre el mismo espacio en tiempos iguales, mientras que en la vertical su velocidad incrementa en forma constante. El resultado de los movimientos que realiza el cuerpo tanto en la horizontal y vertical es un movimiento semiparabólico.



MOVIMIENTO PARABOLICO



ENFOQUE DE GALILEO



De lo observado podemos concluir que al despreciar los efectos del aire sobre el proyectil, éste experimenta un movimiento de caída libre.

Consideraciones:
1) La velocidad horizontal es constante en cualquier punto de la trayectoria (MRU).
$\boxed{d = V_x.T}$ (1)

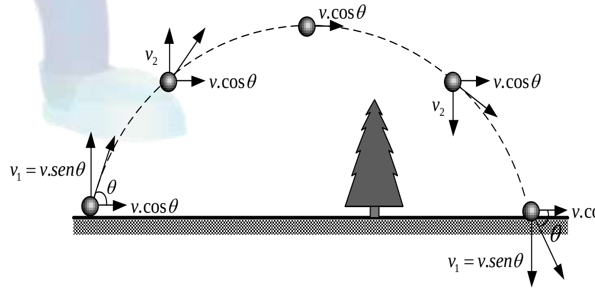
2) La velocidad vertical inicial es 0 (siempre y cuando el cuerpo salga disparado horizontalmente) pero aumenta a medida que transcurre el tiempo (caída libre).

Caída libre $\rightarrow \boxed{h = \frac{gt^2}{2}}$ (2)

3) El movimiento es simultáneo por lo tanto los tiempos son iguales. $(T_{vertical} = T_{horizontal})$.
4) La rapidez en cualquier punto de la trayectoria es:
$\boxed{V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$

5) Dirección de la velocidad resultante(V_R) $\boxed{Tg\theta = \frac{V_y}{V_x}}$

Lanzamiento de proyectiles



Si un cuerpo se lanza formando un determinado ángulo con la horizontal, éste describe una parábola como trayectoria.

Consideraciones:

* $t_{subida} = t_{bajada}$
* Se desprecia la fricción del aire.
* La componente horizontal de la velocidad se mantiene constante y la componente vertical de la velocidad varía de acuerdo a la caída libre.
* Velocidades a un mismo nivel son iguales en módulo.
* Velocidad de disparo en módulo es igual al módulo de la velocidad de impacto.
* Si queremos determinar la rapidez del proyectil (V_P) en una posición "P"

$$\boxed{V_P = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

Tiempo de subida (Ts). $\boxed{Ts = \frac{V_0 Sen\theta}{g}}$

Tiempo de vuelo (Tv). $\boxed{Tv = 2Ts}$

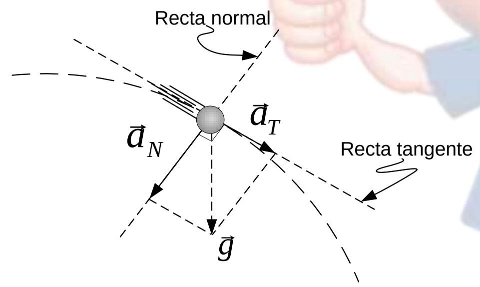
Altura máxima ($H_{máx}$). $\boxed{H_{máx} = \frac{V_0^2 Sen^2\theta}{2g}}$

Alcance horizontal (D). $\boxed{D = \frac{V_0^2 Sen2\theta}{g}}$

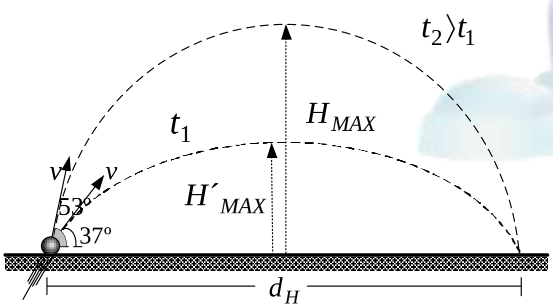
Relación: $H_{máx}$ y D $\boxed{Tg\theta = \frac{4H_{máx}}{D}}$

Relación: $H_{máx}$ y Tv $\boxed{H = \frac{g}{8}Tv^2}$

También es importante tener en cuenta que en todo instante la aceleración del objeto es $\vec{g}$ y en algunos casos podemos descomponerla rectangularmente, por ejemplo:



OBSERVACION



El lanzamiento de un cuerpo con la misma rapidez bajo ángulos complementarios determina el mismo alcance horizontal sobre una superficie horizontal.

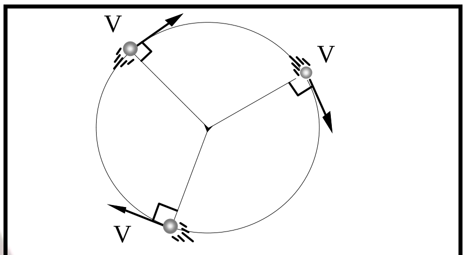
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

1. CARACTERISTICAS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Decimos que una partícula desarrolla un movimiento circular cuando su trayectoria es una circunferencia. Si además de esto el valor de su velocidad (rapidez) permanece constante será llamado "uniforme".

En el MCU la trayectoria es una circunferencia y la rapidez permanece constante.

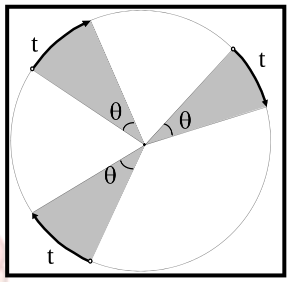
En el siguiente diagrama observarás que la dirección tangente de la velocidad cambia continuamente, esto nos indica que en el MCU el vector velocidad no es constante.



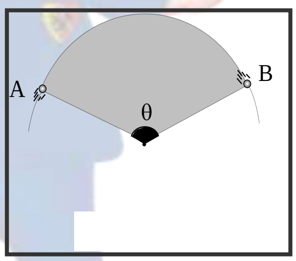
Y siempre es tangente a la circunferencia

En el MCU la rapidez (módulo de la velocidad) es constante más no la velocidad ya que cambia de dirección.

Una consecuencia de esta rapidez constante es que la partícula barre ángulos iguales en tiempos iguales.



2. VELOCIDAD ANGULAR ($\vec{\varpi}$)



En el diagrama se muestra un MCU en el cual la partícula ha girado desde A hacia B barriendo un ángulo central "θ" y empleando un tiempo "t", luego: la relación entre el ángulo central descrito y el tiempo necesario para recorrerlo, se denomina velocidad angular ($\vec{\varpi}$), matemáticamente:

$$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}} \quad .\ .\ .\ .\ (1)$$

En el S.I. la velocidad angular se mide en rad/s.

θ	t	ω
rad	s	rad / s

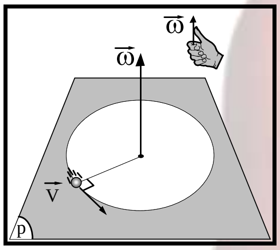
3. REPRESENTACION DE LA VELOCIDAD ANGULAR:

La velocidad angular ($\vec{\omega}$) se gráfica mediante un vector perpendicular al plano de rotación (P), el sentido de este vector se halla con la regla de la mano derecha.

***REGLA DE LA MANO DERECHA**

Logre coincidir los dedos con el giro y el pulgar estará señalando el sentido perpendicular de la velocidad angular.

En el diagrama mostramos el uso de la regla de la mano derecha:



Comentarios:

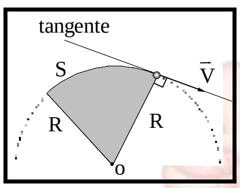
* El plano de giro (P) contiene a la circunferencia de giro.

* La velocidad angular **(** $\vec{\omega}$ **)** es perpendicular al plano de giro (P).

* La velocidad ($\vec{V}$) de la partícula está en el plano de giro.

4. VELOCIDAD LINEAL O TANGENCIAL ($\vec{V}$)

Llamada comúnmente velocidad, se gráfica mediante un vector tangente a la circunferencia, mide la relación entre el arco (S) descrito y el tiempo necesario para recorrerlo:



matemáticamente: $\boxed{V = \frac{S}{t}}$

El vector velocidad ($\vec{V}$) siempre es perpendicular al radio de giro (R) y en el S.I. se mide en m/s.

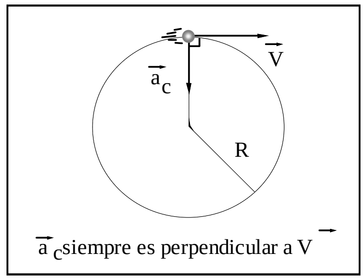
S	θ	ω	V	a_C
m	rad	rad / s	m / s	m / s^2

5. ACELERACIÓN CENTRIPRETA ($\vec{a}_c$)

En el MCU la magnitud de la velocidad permanece constante y por tanto la partícula, no posee aceleración tangencial($a_T = 0$). Pero como la dirección de la velocidad cambia continuamente, la partícula, si posee aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$).

La aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$) es un vector que siempre apunta hacia el centro de la circunferencia y para el MCU esta dado por :

$$\boxed{a_c = \frac{V^2}{R}} \quad \boxed{a_C = w^2 R} \quad . \; . \; . \; . \; . \qquad (3)$$



En forma general, cualquier movimiento en el cual varíe la dirección de la velocidad existirá una aceleración centrípeta.

6. PERIODO (T)

Es el tiempo que tarda la partícula en dar una vuelta completa. Suponiendo que en cierto tiempo la partícula dé varias vueltas, el periodo (T) se hallará matemáticamente con:

$$\boxed{T = \frac{\text{tiempo total}}{\text{N° de vueltas}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \qquad (4)$$

En el S.I. el periodo se mide en segundos (s)

7. FRECUENCIA (f):

La frecuencia de giro cuenta el número de vueltas que da la partícula en cada unidad de tiempo, por definición, equivale a la inversa del periodo, luego:

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\text{N° de vueltas}}{\text{tiempo total}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

En el S.I. la frecuencia se mide en S^{-1}(RPS)

Nota: Unidades de frecuencia como RPS, RPM, RPH son conocidos como frecuencia angular.

8. RELACION ENTRE LA VELOCIDAD ANGULAR (ω) Y LA FRECUENCIA (f)

Siempre que una partícula da una vuelta completa describe un ángulo $\theta = 2\pi$ rad y el tiempo empleado se denomina periodo (T), luego:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi\,\text{rad}}{T}$$

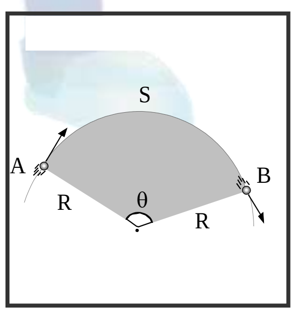
$$\omega = 2\pi\left(\frac{1}{T}\right)\text{rad} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{pero} \quad \frac{1}{T} = f$$

Finalmente:

$$\boxed{\omega = 2\pi \text{ f rad}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

$$\boxed{\omega = 2\pi / T} \quad \ldots\ldots.. \; (7)$$

9. RELACION ENTRE LA VELOCIDAD (V) Y LA VELOCIDAD ANGULAR (ω)



Dado un MCU, a un arco de longitud “S” le corresponde un ángulo central “θ” siendo “R” el radio de giro la relación entre estos es:

$$\boxed{S = \theta R}$$

θ : medido en radianes

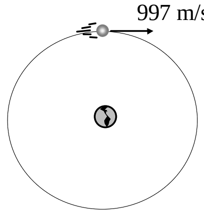
Por definición la velocidad es:

$$V = \frac{S}{t}$$

Reemplazando: $V = \frac{\theta R}{t} = \left(\frac{\theta}{t}\right) R$

Luego : $\boxed{V = \omega R}$ . . . . . (7)

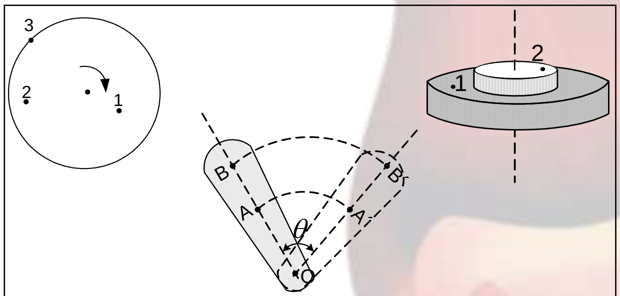
La luna gira al rededor de la Tierra con una velocidad de 997 m/s
La luna es más veloz que un cohete (avión a reacción)



La luna tiene rapidez constante más no velocidad constante

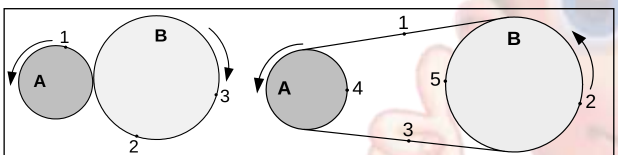
IV. Transmisión de movimientos

Si dos o más partículas giran en base a un mismo centro, sus velocidades angulares serán iguales ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$)



$\boxed{\omega_A = \omega_B}$

Cuando dos ruedas están en contacto o conectadas por una correa, se cumple que: (V_1=V_2=V_3=V_4=V_5).



$V_A = V_B$

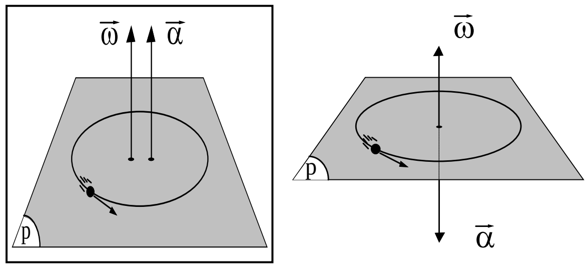
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV)

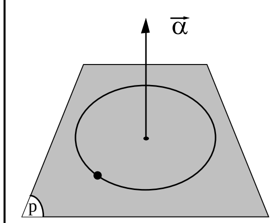
1. ACELERACION ANGULAR ($\vec{\alpha}$)

En un movimiento circular la velocidad angular ($\vec{\omega}$) de la partícula puede cambiar conforme el movimiento continua, si esta velocidad angular aumenta diremos que el movimiento circular es acelerado, pero si disminuye diremos que es desacelerado.

$$\boxed{\vec{\alpha} = \frac{|W_F - W_o|}{t}}$$ Unidades: rad/s^2.

La aceleración angular ($\vec{\alpha}$) produce variaciones en la velocidad angular ($\vec{\omega}$) conforme se desarrolla el movimiento circular.





$\vec{\alpha}$ es pendicular al plano P

Si la velocidad angular aumenta uniformemente, el movimiento circular es acelerado ($+\alpha$) y la aceleración angular ($\vec{\alpha}$) se gráfica en el *mismo sentido* que la velocidad angular ($\vec{\omega}$).

Si la velocidad angular disminuye uniformemente, el movimiento circular es desacelerado o retardado ($-\alpha$) y la aceleración angular ($\vec{\alpha}$) se gráfica en *sentido contrario* a la velocidad ($\vec{\omega}$).

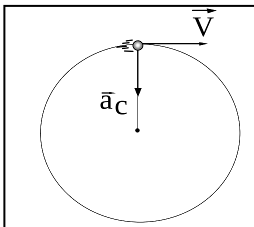
2. ACELERACION TANGENCIAL (a_t) Y ACELERACION CENTRIPETA (a_c)

En el movimiento circular uniformemente variado (MCUV) así como varía la velocidad angular ($\vec{\omega}$) también varía el módulo de la velocidad lineal (V), luego :

En el MCUV cambia la dirección y el módulo de la velocidad lineal (V), entonces existen dos aceleraciones, una que cambia la dirección y otra que cambia el módulo.

En el MCU vimos que la aceleración que cambia la dirección de la velocidad se denomina *aceleración centrípeta* ($\vec{a}_c$)

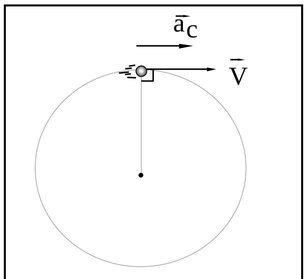
$$\boxed{a_c = \frac{V_2}{R}} \quad \boxed{a_C = w^2 R}$$



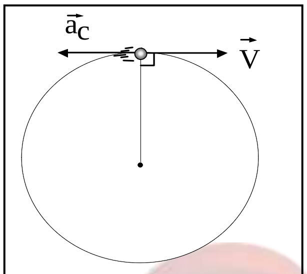
$\vec{a}_C$ siempre apunta hacia el centro

La aceleración que cambia el módulo de la velocidad ($\vec{V}$) se denomina *aceleración tangencial* ($\vec{a}_t$) y se gráfica mediante un vector *tangente* a la circunferencia:

$$\boxed{a_T = \frac{|V_F - V_o|}{t}}$$ Unidades: m/s^2.



Movimiento acelerado



Movimiento retardado

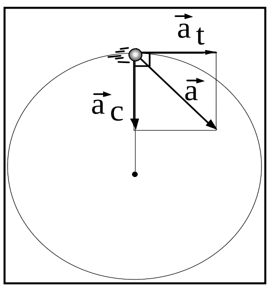
En un MCUV acelerado la velocidad (V) aumenta y la aceleración tangencial ($\vec{a}_t$) tiene el mismo sentido que la velocidad ($\vec{V}$).

En un MCUV desacelerado la velocidad (V) disminuye y la aceleración tangencial ($\vec{a}_t$) tiene sentido contrario a la velocidad ($\vec{V}$

3. ACELERACION TOTAL ($\vec{a}_t$) EN EL MCUV:

Sabemos que en el MCUV la aceleración centrípeta (a_c) cambia la dirección de la velocidad mientras que la aceleración tangencial (a_t) cambia la rapidez, pero estas dos aceleraciones no son más que los componentes de la aceleración total ($\vec{a}$), llamada también aceleración instantánea.

Si sumamos vectorialmente la aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$) y la aceleración tangencial ($\vec{a}_t$) obtendremos la aceleración total o lineal ($\vec{a}$).



Para hallar el módulo de la aceleración total empleamos el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = a_c^2 + a_t^2$$

$$\boxed{a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}}$$

4. SEMEJANZA ENTRE EL MRUV Y EL MCUV

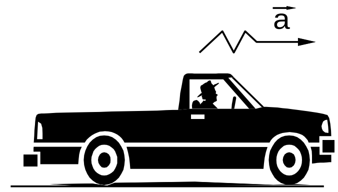
Prácticamente son las mismas leyes las que gobiernan el MRUV y el MCUV, esto indica que tienen formulas semejantes, luego:

N°	MRUV	N°	MCUV
1	$V_F = V_o \pm at$	1	$\omega_F = \omega_o + \alpha t$
2	$d = \dfrac{(V_F + V_o)}{2} t$	2	$\theta = \dfrac{(\omega_F + \omega_o)}{2} t$
3	$d = V_o t \pm \dfrac{1}{2} a t^2$	3	$\theta = \omega_o t \pm \dfrac{1}{2} \alpha t^2$
4	$V_F^2 = V_o^2 \pm 2ad$	4	$\omega_F^2 = \omega_o^2 \pm 2\alpha\theta$

t	θ	ω	α
s	rad	rad / s	rad / s^2

Cuando un automóvil mantiene una aceleración constante tendremos que:

- El *automóvil* se mueve con MRUV.
- Las *ruedas* se mueven con MCUV.



5. RELACION ENTRE LA ACELERACIÓN TANGENCIAL (a_t) LA ACELERACIÓN ANGULAR (α).

* De la ecuación (1) del MCUV obtenemos:

$$\omega_F = \omega_o + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega_F - \omega_o}{t} \quad \ldots\ldots (5)$$

* De la ecuación (1) del MRUV obtenemos

$$V_F = V_o + at \rightarrow a_t = \frac{V_F - V_o}{t}$$

(a: ac. Tangencial)

Pero V= ωR, luego : $a_t = \dfrac{\omega_F R - \omega_o R}{t}$

$$a_t = \frac{(\omega_F - \omega_o)}{t} R \quad \ldots. (6)$$

Reemplazando (5) en (6) :

$$\boxed{a_t = \alpha R}$$

Unidades en el S.I.

α	R	a_t
rad / s^2	m	m / s^2

"Estudiar, practicar y repasar para poder ingresar y después triunfar por los siglos de los siglos". Amén